

单丝衍射花样精细条纹现象的简化模型研究*

杨文韬,倪滨海,梁一平,杜亮,魏佳菊,伍瑜

(重庆师范大学物理与电子工程学院 重庆市高校光学工程重点实验室,重庆 400047)

摘要 激光束单丝衍射各级亮斑上出现精细条纹的现象在微小物体非接触测量、光栅刻写、保密通讯、雷达反隐形技术等领域具有潜在的应用价值。文章从光波动衍射理论出发,利用傅立叶分析法对氦氖激光束单丝衍射各级亮斑精细条纹进行了研究。建立了单丝衍射花样精细结构模型,给出了衍射光强分布表达式 $I(x, y) = \left(\frac{a}{\lambda z}\right)^2 \left[\delta^2\left(\frac{x}{\lambda z_2}\right) - 2d\delta\left(\frac{x}{\lambda z_2}\right) + d^2 \text{sinc}^2\left(\frac{ax}{\lambda z_1}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{xd}{\lambda z_2}\right) \right]$ 在排除系数误差后得到零级暗纹条数具有比例关系 $n \propto \left[\frac{az_2}{z_1 d}\right]$ 。

该模型很好地解释了实验中获得的各种现象。

关键词 单丝衍射;夫琅禾费衍射;精细条纹;辛格函数;调制

中图分类号 :O221.1

文献标志码 :A

文章编号 :1672-6693(2011)04-0053-04

X 光照射晶体产生衍射,在研究晶体结构方面取得了伟大的成就,自 1920 年 H. Fricke 和 G. Hertz 报告 X 光照射晶体具有衍射精细结构以来,有关研究取得了巨大的成功。Phys. Rev. Lett.、Phys. Rev. B 等权威杂志发表了多篇研究论文,报告了有关科研成果。对 X 射线照射晶体形成衍射精细结构的研究,逐渐发展成为一种崭新的测量方法,在晶体结构测量方面得到广泛的应用^[1-3]。

可见光在小尺寸作阻挡物产生衍射,也存在衍射条纹的精细结构。观察单丝在氦氖激光束照射下的衍射现象,按照常理会出现夫琅禾费衍射亮斑,事实正是如此,但是在各级衍射亮斑上出现附加的精细暗条纹,这与预期结果显然不同,并且夫琅禾费衍射的亮斑离开中心越远,分裂条纹分布越细密。1980 年,有学者观察到 He-Ne 激光束单丝衍射能够出现零级亮斑分裂现象。中国激光等报道类似实验条件下获得的研究成果^[4-10],并给出几种不同的模型和解释^[6,8-9,11],各种模型均难以解释精细条纹在单丝直径变化时,精细条纹位置不会发生变化的实验事实。

本文对此现象进行研究,在实验基础之上建立新的简化模型,得到单丝衍射花样精细结构是因为两个辛格函数互相调制的结论,使叠加在夫琅禾费衍射亮斑上的附加条纹在理论上得到合理解释,并

给出了数学计算公式。在新模型基础上得到单丝衍射零级亮斑附加条纹数的一个推论,可以方便地实现尺寸测量,甚至可以利用它来控制激光光束实现高精密光刻,在光栅刻制、超大规模集成电路制造方面具有潜在的应用价值,参数调节不需要改变激光波长,十分方便。

1 理论分析

1.1 模型的建立

研究单丝衍射精细结构装置如图 1,He-Ne 激光器输出圆孔直径相对于光波长(632.8 nm)很大,在小段范围内可以近似看做直边,He-Ne 激光束在垂直于单丝方向上近似地看作受直线边缘限制,激光束是准平行光,假定在单丝附近所处平面上小范围内的光场可近似表示为

$$U_0(x_0, y_0) = 1$$

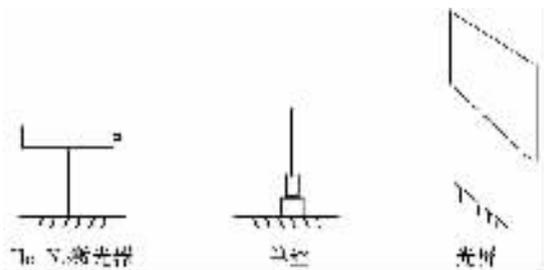


图 1 实验装置示意图

* 收稿日期 2011-03-30 修回日期 2011-05-13 网络出版时间 2011-07-07 17:44:00

资助项目:重庆市教委科技项目(No. KJ060816)

作者简介:杨文韬,男,硕士研究生,研究方向为激光单元器件及应用,通讯作者:梁一平, E-mail: liangyipinglyp@yahoo.com.cn

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20110707.1744.201104.53_013.html

衍射发生在垂直于单丝的 x 轴方向,沿单丝的 y 轴方向衍射不明显,只考虑一维的情况。认为沿 y 轴方向光源不受限,于是整个研究得到简化,简化为受限平行光通过单丝产生衍射的问题,是两级线性系统级联。

设 He-Ne 激光器输出光孔直径为 a ,单丝直径为 d ,见图 2。激光束束腰到出光孔和出光孔到单丝距离分别为 z_1, z_2 , z_1 处空间频率坐标为

$$f_{x1} = \frac{x}{\lambda z_1}, f_{y1} = \frac{y}{\lambda z_1}$$

z_2 处空间频率坐标为

$$f_{x2} = \frac{x}{\lambda z_2}, f_{y2} = \frac{y}{\lambda z_2}$$

出光孔透过率函数为

$$t_1(x, y) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)$$

单丝的透过率函数为

$$t_2(x, y) = 1 - \text{rect}\left(\frac{x}{d}\right)$$

作傅里叶变换,则总的系统传递函数为

$$H(f_x, f_y) = a \text{sinc}(af_{x1}) \delta(f_{x2}) - d \text{sinc}(df_{x1}) \text{sinc}(df_{x2})$$

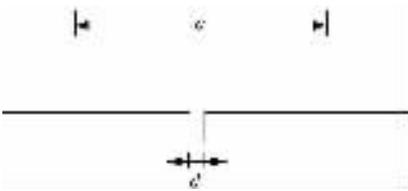


图 2 He-Ne 激光束通过两级线性系统透过率函数图像

在夫琅和费区中距离束腰距离 z 的观察平面上得到夫琅和费衍射图样 $U(x, y)$,它正比于单丝所在平面上场分布的傅立叶变换式^[11-12],即

$$U(x, y) = \frac{\exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right]}{j\lambda z} \times$$

$$a \left[\delta\left(\frac{x}{\lambda z_2}\right) - d \text{sinc}\left(\frac{ax}{\lambda z_1}\right) \text{sinc}\left(\frac{xd}{\lambda z_2}\right) \right]$$

单丝衍射花样强度分布

$$I(x, y) = \left(\frac{a}{\lambda z}\right)^2 \left[\delta^2\left(\frac{x}{\lambda z_2}\right) - 2d\delta\left(\frac{x}{\lambda z_2}\right) + d^2 \text{sinc}^2\left(\frac{ax}{\lambda z_2}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{xd}{\lambda z_2}\right) \right] \quad (1)$$

1.2 讨论

由(1)式不难看出,He-Ne 激光单丝衍射强度分布函数前两项只是叠加在零级光斑中心,影响中心光强分布,是直流分量,第三项是两个不同宽度的辛

格函数(Sinc function)相互调制,形成衍射花样。

由 $a \gg d$,令 $y_2 = \text{sinc}^2\left(\frac{xd}{\lambda z_2}\right)$,形成夫琅禾费衍射

基本花样,命名为主衍射函数。令 $y_1 = \text{sinc}^2\left(\frac{ax}{\lambda z_1}\right)$,构成对主衍射函数的调制,是为调制函数。于是调制函数形成的调制精细条纹宽度由出光孔大小和激光束束腰位置决定,这一点已为实验所证实,这也是本文提出新模型与其他模型不同之处。

1)由 $a \gg d$ 可以得到推论:主衍射函数各级亮斑宽度远大于调制函数各级衍射斑宽度。

2)对于主衍射函数各级零点

$$x_{2k} = \frac{k_2 \pi \lambda z_2}{d}$$

其零级宽度为

$$w_2 = \frac{\pi \lambda z_2}{d}$$

对于调制函数各级零点

$$x_{1k} = \frac{k_1 \pi \lambda z_1}{a}$$

设主衍射函数零级亮斑中含有的暗线条纹数为 n 。在主衍射零级中的调制函数零点需要满足条件

$$\frac{k_1 \pi \lambda z_1}{a} \leq \frac{\pi \lambda z_2}{d}, \text{即 } k_1 \leq \frac{az_2}{z_1 d}$$

由辛格函数是偶函数所以主衍射函数花样零级暗线条数计算公式为

$$n = \left\lceil \frac{2az_2}{z_1 d} \right\rceil \quad (2)$$

3)由零级暗线条数(2)式可以知道,单丝越细,主衍射花样零级亮斑拥有的调制条纹数越多,不仅限于3条(2)式预见了主衍射零级出现100条以上调制暗条纹的可能性,并为实验所证实,它有力地证明了简化模型的正确性。

2 实验现象

单丝衍射现象的光源来自 He-Ne 激光器,波长为 632.8 nm,功率为 5 mW。用作阻挡物的单丝为直径从 20 ~ 300 nm 范围内的多个物体,实验装置示意图如图 1 所示。在光学平台上依次放置 He-Ne 激光器,衍射单丝(放置在光具座上),光屏距光具座约 10 m。

2.1 衍射花样特征

实验中观察到,单丝衍射各级衍射亮斑上出现

精细黑色平行条纹,这些细条纹把形成主衍射的夫琅禾费衍射亮斑分裂成多瓣,从而产生调制。调制条纹明显比主衍射的暗纹狭窄纤细。精细条纹离中心越远,附加条纹越密集(图 3),符合单丝衍射花样强度分布理论的预期。

保持单丝与激光器相对距离不变,亮纹随着单丝直径减小,主衍射各级亮斑就会加宽,附加条纹保持原来位置不变,在这一点上实验与理论十分吻合。随着单丝的减小,主衍射的中心主极大亮斑会加宽,观察不同直径的单丝衍射,中心亮斑从三分裂到多级分裂各种情况的出现,图 3(b)是单丝夫琅禾费衍射零级条纹亮斑局部放大图,可以看到有几十条精细条纹对主衍射零级调制。

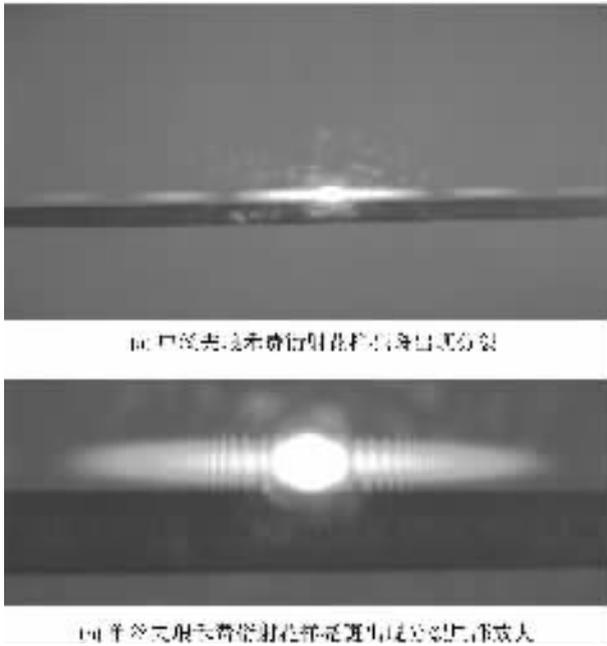


图 3 单丝衍射亮斑出现附加分裂条纹

2.2 误差分析

图(4)给出了 $z_1 = 11 \text{ cm}$, $a = 1 \text{ mm}$, $d = 0.075 \text{ mm}$, z_2 在 $10 \sim 100 \text{ cm}$ 主衍射零级亮斑调制条纹数 n 的实际测量数据及拟合曲线。

参照实验数据发现(2)式中的系数会随着 d 的改变发生与理论值偏离,因此在使用时,修改(2)式为

$$n \propto \left[\frac{az_2}{z_1 d} \right] \quad (3)$$

更符合实验结果。导致理论系数与实验系数偏离的原因是,将圆孔限制看成单缝限制导致的,这反映了简化模型的局限性。改用(3)式后利用比例法根据 z_2 变化,确定 n 值误差最大为 5.4%(如图 4)。

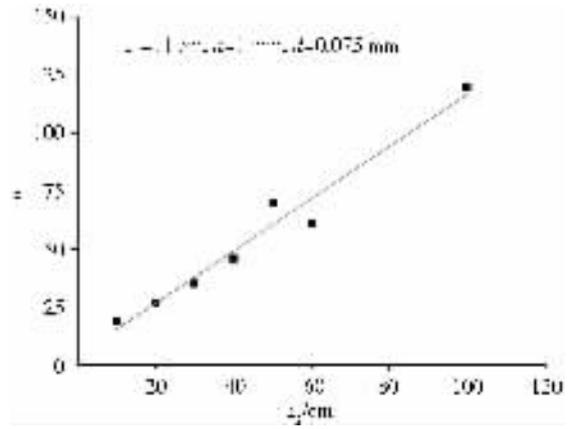


图 4 实验测量数据拟合结果

3 结论

通过理论分析得到了简单的数学模型。受限相干光源单丝衍射精细结构本质是两个不同宽度的辛格函数的相互调制。衍射光强分布可以表示为

$$K(x, y) = \left(\frac{a}{\lambda z} \right)^2 \left[\delta^2 \left(\frac{x}{\lambda z_2} \right) - 2d\delta \left(\frac{x}{\lambda z_2} \right) + d^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{ax}{\lambda z_1} \right) \text{sinc}^2 \left(\frac{xd}{\lambda z_2} \right) \right]$$

该数学模型得到实验事实的支持,解释了已知实验现象。单丝衍射精细条纹简化模型引入了较多的近似,存在着一定的局限性,因此主衍射函数花样零级暗线条数计算理论公式系数与实验偏离,使用时按修正后的比例关系更为恰当。结合实验与理论可以得到,单丝衍射精细结构主衍射辛格函数零级亮斑受调制辛格函数调制,细条纹数存在正比例关系

$n \propto \left[\frac{az_2}{dz_1} \right]$ 这个比例关系为单丝衍射精细条纹的应用提供依据,实验误差小于 5.4%。

参考文献:

- [1] Meneghini C, Boscherini F, Pasquini L, et al. Diffraction anomalous fine structure study of iron/iron oxide nanoparticles[J]. Journal of Applied Crystallography, 2009, 42(4): 642-648.
- [2] Pickering I J, George G N, Sansone M, et al. Diffraction anomalous fine structure: a new technique for probing local atomic environment[J]. Journal of the American Chemical Society, 1993, 115(14): 6302-6311.
- [3] Stragier H, Cross J O, Rehr J J, et al. Diffraction Anomalous fine structure: a new X-ray structural technique[J]. Phys Rev Lett, 1992, 69: 3064-3067.

- [4] Fang X Y ,Cao M S ,Zhou Y et al. Fine structure in fresnel diffraction patterns and its application in optical measurement[J]. Optics & Laser Technology ,1997 ,29(6) :383-387.
- [5] 龚天林 ,赵晶晶 ,丁文龙 ,等. 利用直边衍射测量跟踪隐形飞行物体[J]. 中国激光 ,2010 ,37(5) :1322-1326.
- [6] 付文羽 ,刘正岐. 高斯光束照射下的单丝衍射[J]. 激光杂志 ,2005 ,26(3) :61-62.
- [7] 房晓勇 ,曹茂盛 ,任克勤. 细丝 Fresnel 衍射光强分布函数的推导[J]. 大学物理 ,1995 ,14(9) :5-7.
- [8] 房晓勇 ,曹茂盛 ,任克勤. 细丝衍射图样中衍射干涉条纹精细结构的研究[J]. 应用激光 ,1996 ,16(1) :30-32.
- [9] 胡波. 激光单丝衍射的附加条纹[J]. 大学物理实验 ,2002 ,15(3) :46-48.
- [10] 胡波. 激光单丝衍射附加条纹的探讨[J]. 物理与工程 ,2003 ,13(2) :22-24.
- [11] 陈家璧 ,苏显渝 ,朱伟利. 光学信息技术原理及应用[M]. 北京 :高等教育出版社 ,2002.
- [12] 苏显渝 ,李继陶. 信息光学[M]. 北京 :科学出版社 ,1999.

Research on the Simplified Model for Fine Stripes of Filament Diffraction

YANG Wen-tao , NI Yan-hai , LIANG Yi-ping , DU Liang , WEI Jia-ju , WU Yu

(Optical Engineering Key Lab of Chongqing , College of Physics and Electronic Engineering ,
Chongqing Normal University , Chongqing 400047 , China)

Abstract : The phenomenon that some extra fine slim stripes overlays on all of the Fraunhofer diffraction bright spots by filament has potential application in untouched optical measurement , manufacturing technique of diffraction grating , encrypted communication and anti-stealth technology etc. Based on physical optics diffraction theory , Fourier analysis was applied to study the fine stripes and a model was established for the fine structure of the filament diffraction. The mathematical formula of the diffraction light intensity distribution is given by $I(x, y) = \left(\frac{a}{\lambda z}\right)^2 \left[\delta^2\left(\frac{x}{\lambda z_2}\right) - 2d\delta\left(\frac{x}{\lambda z_2}\right) + d^2 \text{sinc}^2\left(\frac{ax}{\lambda z_1}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{xd}{\lambda z_2}\right) \right]$. Excluding coefficient errors , the number of the fine slim stripes in the zero-order diffraction spot is direct proportion $n \propto \left[\frac{az_2}{z_1 d}\right]$. The theory could better explain all phenomena obtained in the experiments.

Key words : a filament diffraction ; Fraunhofer diffraction ; fine slim stripes ; sinc function ; modulate

(责任编辑 欧红叶)